Potenzen

Unterrichtsfach	Mathematik
Schulstufe	• 10. Schulstufe (6. Klasse AHS)
Thema	Potenzen • Potenzen, Wurzeln, Logarithmen
Fachliche Vorkenntnisse	• Grundbegriffe der Potenzen aus der 9. Schulstufe
Fachliche Kompetenzen	• Definieren von Potenzen mit natürlichen Exponenten • Formulieren und Beweisen von Rechengesetzen für Potenzen • Umformen entsprechender Terme
Sprachliche Kompetenzen	• Mathematische Zusammenhänge erkennen und schriftlich formulieren können • Mathematische Ausdrücke in Texte umsetzen können

Zeitbedarf	• ca. 2 Unterrichtseinheiten à 50 Minuten
Material- & Medienbedarf	• Vervielfältigtes Potenzen-Memory für Aufgabe 4
Methodisch-didaktische Hinweise	• Methodenwerkzeuge/Sprachhilfen: Zuordnung, Wechsel der Darstellungsform, Memory • Sozialformen: Einzel-, Partner- und Gruppenarbeit • Hinweise zur Durchführung: Die Aufgaben 1 bis 4 können gemeinsam oder einzeln je nach Bedarf eingesetzt werden und sind aufbauend sortiert. Die Aufgabe 1 dient zur Wiederholung aus der 9. Schulstufe. Die Aufgabe 2 kann auch fächerübergreifend im Physik-Unterricht verwendet werden.
Quellen	• Malle, Günther / Koth, Maria / Woschitz, Helge / Malle, Sonja / Salzger, Bernhard / Ulovec, Andreas (2014): *Mathematik verstehen 6.* Wien: ÖBV, S. 6.
Erstellerin	Kathrin Weissenbacher

Potenzen

Aufgabe 1: Vorwissen

Das Wort Potenz kommt ursprünglich aus dem Lateinischen und bedeutet „Vermögen, Macht". Bei der Potenz handelt es sich um eine gekürzte Schreibweise für einen gleichbleibenden mathematischen Rechenvorgang.

Aus der 9. Schulstufe sind Ihnen schon folgende Schreibweisen bekannt:

$$10^2=10\cdot10$$
$$10^3=10\cdot10\cdot10$$
$$10^4=10\cdot10\cdot10\cdot10$$
usw.

Zusammenfassend ergibt das folgende Darstellung – Definition:

Für $a \in \mathbb{R}$ und $n \in \mathbb{N}'$ gilt: $a^n = \underbrace{a\cdot a\cdot \ldots \cdot a}_{\text{n-mal}}$

1a) Ordnen Sie den einzelnen Komponenten dieser Definition ihre Bezeichnung zu.

1. a^n	a. Basis
2. n	b. Potenz
3. a	c. Exponent (Hochzahl)

1b) Bringen Sie die folgenden Wörter in die richtige Reihenfolge, sodass Sie die obige mathematische Definition in einem vollständigen Satz beschreiben.

Ein	Form	der	Ausdruck	a^n	heißt	Exponenten	mit
a	Basis	der	und	dem	Potenz	n	

Potenzen

Aufgabe 2: Große und kleine Größen

Länge, Masse, Zeit usw. sind Grundgrößen der Physik. Im Allgemeinen wird so eine Größe durch eine Maßzahl und eine Maßeinheit angegeben, zudem sind eigene Bezeichnungen, Vorsilben und Symbole üblich.

2a) Ergänzen Sie die fehlenden Bezeichnungen, Vorsilben und Symbole in der Tabelle. Recherchieren Sie in Ihren Mathematikunterlagen, Formelsammlungen oder dem Internet.

Große Größen

Zehnerpotenz	Bezeichnung	Vorsilbe	Symbol
10^{18}	Trillion	Exa	E
10^{15}	Billiarde		P
10^{12}		Tera	
10^{9}	Milliarde		G
10^{6}		Mega	
10^{3}	Tausend		k
10^{2}		Hekto	h
10^{1}	Zehn	Deka	da

Kleine Größen

Zehnerpotenz	Bezeichnung	Vorsilbe	Symbol
10^{-1}	Zehntel	Dezi	d
10^{-2}		Centi	
10^{-3}	Tausendstel		m
10^{-6}	Millionstel		
10^{-9}		Nano	
10^{-12}		Piko	
10^{-15}	Billiardstel		f
10^{-18}	Trillionstel		a

2b) Erstellen Sie nun aus den obigen Angaben selbst fünf Beispiele nach dem folgenden Vorbild. Verwenden Sie dazu Einheiten die Ihnen bekannt sind (z. B.: Meter, Gramm).

Beispiel: 1 Exameter = 1 Em = 10^{18} m = Eine Trillion Meter

5 Pikogramm = 5 pg = $5 \cdot 10^{-12}$ g = Fünf Billionstel Gramm

Potenzen

Aufgabe 3: Rechenregeln für Potenzen

Bei der Potenzrechnung ist es wichtig, sich innerhalb der Aufgabe orientieren zu können. Dabei ist es hilfreich, folgende Fragen zu beantworten:

1. Gibt es gleiche Basen oder gleiche Exponenten?
2. Welche Rechenoperation wird verlangt?

3a) Fügen Sie die Satzteile zusammen und verbinden Sie diese auch mit dem dazu passenden Beispiel.

Teil	Teil	Beispiel
Potenzen mit gleichem Exponenten werden multipliziert, …	… indem die Exponenten subtrahiert werden.	$a^3 \cdot a^2 = a^{(3+2)} = a^5$
Potenzen mit gleichem Exponenten werden dividiert, …	… indem die Exponenten multipliziert werden.	$x^9 : x^2 = x^{(9-2)} = x^7$
Potenzen mit gleicher Basis werden multipliziert, …	… indem die Basen multipliziert werden.	$3^a \cdot 7^a = (3 \cdot 7)^a = 21^a$
Potenzen mit gleicher Basis werden dividiert, …	… indem die Exponenten addiert werden.	$27^y : 9^y = (27:9)^y = 3^y$
Potenzen werden potenziert, …	… indem die Basen dividiert werden.	$(s^5)^7 = s^{(5 \cdot 7)} = s^{35}$

3b) Finden Sie nun selbst fünf Beispiele zu jeder einzelnen Regel.

Beispiel	Regel
______________	____
______________	____
______________	____
______________	____
______________	____

Potenzen

Aufgabe 4: Memory mit Potenzen

Schneiden Sie die einzelnen Kärtchen aus und legen Sie diese anschließend verdeckt auf den Tisch. Finden Sie die passenden Kartenpärchen.

a^m	Potenz mit der Basis a und dem Exponenten m	m^a	Potenz mit der Basis m und dem Exponenten a
$b^3 \cdot b^3$	Potenz mit der Basis b und dem Exponenten 6	$b^{10} : b$	Potenz mit der Basis b und dem Exponenten 9
$\frac{c^{5m}}{c^{-3m}}$	c^{8m} (c hoch 8m)	$\frac{c^{-5m}}{c^{3m}}$	c^{-8m} (c hoch -8m)
$10^3 \cdot 5^3$	50^3 (50 hoch 3)	$10^3 : 5^3$	2^3 (2 hoch 3)
$\frac{(d^2)^{-5}}{d^7}$	Potenz mit der Basis d und dem Exponenten -17	$(\frac{1}{2}d)^{-3} \cdot (2d^4)^{-3}$	Potenz mit der Basis d und dem Exponenten -15
$(b^6)^3$	b^{18} (b hoch 18)	$(b^5)^2$	b^{10} (b hoch 10)

Potenzen

Lösung – Aufgabe 1

1a)

1. a^n b. Potenz
2. n c. Exponent (Hochzahl)
3. a a. Basis

1b)

Ein Ausdruck der Form a^n heißt Potenz mit der Basis a und dem Exponenten n.

Lösung – Aufgabe 2

Große Größen

Zehner-potenz	Bezeichnung	Vor-silbe	Symbol
10^{18}	Trillion	Exa	E
10^{15}	Billiarde	Peta	P
10^{12}	Billion	Tera	T
10^{9}	Milliarde	Giga	G
10^{6}	Million	Mega	M
10^{3}	Tausend	Kilo	k
10^{2}	Hundert	Hekto	h
10^{1}	Zehn	Deka	da

Kleine Größen

Zehner-potenz	Bezeichnung	Vor-silbe	Symbol
10^{-1}	Zehntel	Dezi	d
10^{-2}	Hundertstel	Centi	c
10^{-3}	Tausendstel	Milli	m
10^{-6}	Millionstel	Mikro	μ
10^{-9}	Milliardstel	Nano	n
10^{-12}	Billionstel	Piko	p
10^{-15}	Billiardstel	Femto	f
10^{-18}	Trillionstel	Ato	a

Potenzen

Lösung – Aufgabe 3

Potenzen mit gleichem Exponenten werden multipliziert, …	… indem die Basen multipliziert werden.	$3^a \cdot 7^a = (3 \cdot 7)^a = 21^a$
Potenzen mit gleichem Exponenten werden dividiert, …	… indem die Basen dividiert werden.	$27^y : 9^y = (27:9)^y = 3^y$
Potenzen mit gleicher Basis werden multipliziert, …	… indem die Exponenten addiert werden.	$a^3 \cdot a^2 = a^{(3+2)} = a^5$
Potenzen mit gleicher Basis werden dividiert, …	… indem die Exponenten subtrahiert werden.	$x^9 : x^2 = x^{(9-2)} = x^7$
Potenzen werden potenziert, …	… indem die Exponenten multipliziert werden.	$(s^5)^7 = s^{(5 \cdot 7)} = s^{35}$

Potenzen

Lösung – Aufgabe 4

a^m	Potenz mit der Basis a und dem Exponenten m	$b^3 \cdot b^3$	Potenz mit der Basis b und dem Exponenten 6
$\frac{c^{5m}}{c^{-3m}}$	c^{8m} (c hoch 8m)	$10^3 \cdot 5^3$	50^3 (50 hoch 3)
$\frac{(d^2)^{-5}}{d^7}$	Potenz mit der Basis d und dem Exponenten -17	$(b^6)^3$	b^{18} (b hoch 18)
m^a	Potenz mit der Basis m und dem Exponenten a	$b^{10} : b$	Potenz mit der Basis b und dem Exponenten 9
$\frac{c^{-5m}}{c^{3m}}$	c^{-8m} (c hoch -8m)	$10^3 : 5^3$	2^3 (2 hoch 3)
$(\frac{1}{2} d)^{-3} \cdot (2d^4)^{-3}$	Potenz mit der Basis d und dem Exponenten -15	$(b^5)^2$	b^{10} (b hoch 10)