



Formeln

Unterrichtsfach	<p>Lehrplan HAK:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Mathematik und angewandte Mathematik • 1. HAK (1. Jahrgang) • 1. AUL (1. Jahrgang) <p>Lehrplan HLW:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Mathematik und angewandte Mathematik • 1. HLW (1. Jahrgang) <p>Lehrplan HTL:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Mathematik und angewandte Mathematik • 1. HTL (1. Jahrgang)
Schulstufe	<ul style="list-style-type: none"> • 9
Thema	<ul style="list-style-type: none"> • Formelumstellungen
Fachliche Vorkenntnisse	<ul style="list-style-type: none"> • Grundlagen der Algebra • Gleichungen • Äquivalenzumformungen
Sprachliche Kompetenzen	<ul style="list-style-type: none"> • Formelzeichen und Symbole erkennen und erklären können • Formeln verbalisieren können
Zeitbedarf	<ul style="list-style-type: none"> • 1-2 Unterrichtseinheiten à 50 Min. je nach Anzahl der eingesetzten Aufgaben
Material- & Medienbedarf	<ul style="list-style-type: none"> • Plakatpapier für Aufgabe 4
Methodisch-didaktische Hinweise	<ul style="list-style-type: none"> • Sozialformen: Einzelarbeit und/oder Teamarbeit (2er oder 4er Teams) • Methodische Tools: Zuordnung, Ablaufdiagramm, Lückentext, Lernplakat • Die Unterlage beinhaltet mehrere unabhängige Aufgabenbeispiele. Diese können einzeln eingesetzt werden. • Das Lösungsblatt zu Aufgabe 1 auf Seite 7 ist mit Farbcodes gestaltet und sollte daher in Farbe kopiert werden.
Quellen	–
Erstellerin	Sibylle Gratt



Formeln

Aufgabe 1: Gleichförmige Bewegung: Zusammenhänge zwischen den Größen zurückgelegter Weg, Zeit und Geschwindigkeit

Drei Freunde unterhalten sich über ihre sportlichen Aktivitäten am Wochenende:

Jakob: Ich habe am Sonntag meine Freundin in Bärnbach besucht. Ich bin mit dem Fahrrad die Strecke von 45 km gefahren.

Thomas: Da hast du sicher ewig gebraucht!

Jakob: So schlimm war es nicht. Mein Tachometer hat eine durchschnittliche Geschwindigkeit von 15 km/h angezeigt.

Andreas: Und wie lange warst du unterwegs?

Jakob: Keine Ahnung, auf die Uhr habe ich nicht gesehen...

Andreas: Ich war bei einem Radrennen, die fahren ganz andere Geschwindigkeiten!

Thomas: Wie schnell sind die unterwegs?

Andreas: Keine Ahnung, aber der Sieger hat für die erste Etappe 4 Stunden und 18 min gebraucht.

Jakob: Und wie lange war diese Etappe?

Andreas: Soweit ich weiß, war sie 180 km lang. Thomas, du hast am Wochenende wieder mal nichts gemacht?

Thomas: Stimmt gar nicht. Ich war meine Oma besuchen. Auch mit dem Fahrrad. Ich war 30 Minuten unterwegs.

Jakob: Gleich so lange? Und wie weit weg wohnt deine Oma?

Thomas: Die Länge der Strecke weiß ich nicht, aber ich bin mit einer Geschwindigkeit von 15 km/h gefahren, sagt mein Navi.

Andreas: Na toll. Jakob weiß nicht, wie lange er gefahren ist. Du weißt nicht, wie weit du gefahren bist, und ich weiß nicht, wie schnell die Radrennfahrer unterwegs waren.

Jakob: Haben wir nicht in Mathematik eine Formel für die Geschwindigkeit gelernt? Könnten wir nicht daraus unsere Fragen beantworten?



Formeln

Aufgabe 1: Gleichförmige Bewegung: Zusammenhänge zwischen den Größen zurückgelegter Weg, Zeit und Geschwindigkeit

Markieren Sie im Text über die drei Freunde die für die Berechnungen notwendigen Aussagen. Tragen Sie die Informationen in diese Tabelle ein.

	Jakob	Andreas	Thomas
Weg			
Geschwindigkeit			
Zeit			

Aufgabe 2: Variablennamen für einige physikalische Größen

Jakob ist neugierig und findet in einer Formelsammlung: $Geschwindigkeit = \frac{Weg}{Zeit}$

In der Formelsammlung sind außerdem Variablen für die einzelnen Größen angegeben. Für die drei Variablen Geschwindigkeit, Weg und Zeit werden drei Buchstaben als Zeichen verwendet. Diese Variablennamen werden oft für die Größen eingesetzt. Die Abkürzungen stammen aus dem Lateinischen.

Vervollständigen Sie die Tabelle, indem Sie die richtigen Variablen einsetzen.

deutscher Begriff	lateinischer Begriff	Variable
Weg	spatium	
Zeit	tempus	
Geschwindigkeit	velocitas	

Finden Sie eine weitere physikalische Formel mit typischen Variablen. Recherchieren Sie in Schulbüchern, Formelsammlungen und im Internet die Bedeutung und die Herkunft der Variablen.



Formeln

Aufgabe 3: Bedeutung der Zusammenhänge von Größen in Formeln

Verwenden Sie die Formel aus Aufgabe 2. Die gleichförmige Bewegung stellt einen Zusammenhang zwischen Weg, Zeit und Geschwindigkeit dar.

Drücken Sie jede der in der Formel vorkommenden Größen durch die jeweils anderen Variablen aus.

$s =$
$t =$
$v =$

Sehen Sie sich die folgenden Aussagen und Formeln an und entscheiden Sie, ob sie richtig oder falsch sind. Stellen Sie die Aussage oder die Formel wenn nötig richtig.

Aussage	Formel	Korrektur	richtig	falsch
Multipliziert man den Weg mit der Zeit erhält man die Geschwindigkeit.				
	$t = \frac{v}{s}$			
Der Weg wird berechnet, indem man die Geschwindigkeit durch die Zeit dividiert.				

Verwenden Sie nun die Formel für den Flächeninhalt eines Trapezes: $A = \frac{a+c}{2}$

Drücken Sie auch hier jede vorkommende Größe durch die anderen Variablen aus. Schreiben Sie dazu drei wahre Aussagen in ganzen Sätzen.

$a =$
$c =$
$h =$



Formeln

Aufgabe 4: Der Dopplereffekt

Erstellen Sie für das Umformen der Formel für den Dopplereffekt ein Lernplakat und gestalten Sie das Plakat als Ablaufdiagramm.

Beschreiben Sie die einzelnen Arbeitsschritte möglichst prägnant (knapp und treffend) mit ein paar Schlagworten. Stellen Sie die Formel nach w um.

$$f = \frac{w+u}{w+v} \cdot f_0$$

Ablaufdiagramm:



1. Schritt:

2. Schritt:

3. Schritt:

4. Schritt:

5. Schritt:



Formeln

Aufgabe 5: Lückentext zur einfachen Verzinsung

Füllen Sie mithilfe der Wörterbox den Lückentext aus.

36000 – Zinsformel – Anfangskapital – T – isoliert – Tagen – 5 Prozent –

Zinsen – p – K · p – Anfangskapital – Verzinsungsdauer –

$$Z = \frac{K \cdot p \cdot T}{3600}$$

Sie legen Geld auf einem Sparbuch an. Für ein _____ von € 15.000,00 können Sie mit der Bank einen Zinssatz von _____ aushandeln. Bei einer _____ von 150 Tagen erhalten Sie _____ von € 375,00. Die Zinsformel lautet _____. Dabei steht die Variable K für das _____. Die Unbekannte _____ beschreibt den Zinsfuß. Die Verzinsungsdauer T wird in _____ angegeben. Die Zinsen werden mit Z abgekürzt.

Möchten Sie nun wissen, wie lange Ihr Geld am Sparbuch liegen muss, um € 500,00 Zinsen zu erhalten, müssen Sie die _____ umformen. Gefragt ist nun die Verzinsungsdauer _____. Das bedeutet, die Variable T muss _____ werden.

Zu Beginn wird Z mit _____ multipliziert, um die Formel bruchfrei zu machen. Danach müssen die beiden Größen _____ durch Division auf die linke Seite gebracht werden. Man erhält eine Formel für die Verzinsungsdauer T.

Berechnen Sie nun die Verzinsungsdauer um Zinsen von € 500,00 zu erhalten.

Berechnung: _____

Antwort: _____



Formeln

Lösung – Aufgabe 1: Gleichförmige Bewegung: Zusammenhänge zwischen den Größen zurückgelegter Weg, Zeit und Geschwindigkeit

Jakob: Ich habe am Sonntag meine Freundin in Bärnbach besucht. Ich bin mit dem Fahrrad die **Strecke** von **45 km** gefahren.

Thomas: Da hast du sicher ewig gebraucht!

Jakob: So schlimm war es nicht. Mein Tachometer hat eine durchschnittliche **Geschwindigkeit** von **15 km/h** angezeigt.

Andreas: Und wie lange warst du unterwegs?

Jakob: Keine Ahnung, auf die Uhr habe ich nicht gesehen...

Andreas: Ich war bei einem Radrennen, die fahren ganz andere Geschwindigkeiten!

Thomas: Wie schnell sind die unterwegs?

Andreas: Keine Ahnung, aber der Sieger hat für die erste Etappe **4 Stunden und 18 min** gebraucht.

Jakob: Und wie lange war diese Etappe?

Andreas: Soweit ich weiß, war sie **180 km lang**. Thomas, du hast am Wochenende wieder mal nichts gemacht?

Thomas: Stimmt gar nicht. Ich war meine Oma besuchen. Auch mit dem Fahrrad. Ich war **30 Minuten** unterwegs.

Jakob: Gleich so lange? Und wie weit weg wohnt deine Oma?

Thomas: Die Länge der Strecke weiß ich nicht, aber ich bin mit einer **Geschwindigkeit von 15 km/h** gefahren, sagt mein Navi.

Andreas: Na toll. Jakob weiß nicht, wie lange er gefahren ist. Du weißt nicht, wie weit du gefahren bist, und ich weiß nicht, wie schnell die Radrennfahrer unterwegs waren.

Jakob: Haben wir nicht in Mathematik eine Formel für die Geschwindigkeit gelernt? Könnten wir nicht daraus unsere Fragen beantworten?

	Jakob	Andreas	Thomas
Weg	45 km	180 km	
Geschwindigkeit	15 km/h		15 km/h
Zeit		4 h 18 min = 4,3 h	30 min = 0,5 h



Formeln

Lösung – Aufgabe 2: Variablennamen für einige physikalische Grö-

deutscher Begriff	lateinischer Begriff	Variable
Weg	spatium	s
Zeit	tempus	t
Geschwindigkeit	velocitas	v

Eine weitere physikalische Formel mit typischen Variablen, deren Herkunft und Bedeutung: z. B.: Gleichmäßig beschleunigte Bewegung:

$$s = \frac{a}{2} \cdot t^2 + v_0 \cdot t + s_0; s, v, t \text{ siehe oben; } a \rightarrow \text{acceleration}$$

Lösung – Aufgabe 3: Bedeutung der Zusammenhänge von Größen in Formeln

$s = v \cdot t$	$a = \frac{2A}{h} - c$
$t = \frac{s}{v}$	$c = \frac{2A}{h} - a$
$v = \frac{s}{t}$	$h = \frac{2A}{a+c}$

Aussage	Formel	Korrektur	richtig	falsch
Multipliziert man den Weg mit der Zeit erhält man die Geschwindigkeit.	$v = \frac{s}{t}$	<u>Dividiert</u> man den Weg <u>durch die Zeit</u> erhält man die Geschwindigkeit.		x
Dividiert man den Weg durch die Geschwindigkeit erhält man die Zeit.	$t = \frac{v}{s}$	$t = \frac{s}{v}$		x
Der Weg wird berechnet, indem man die Geschwindigkeit durch die Zeit dividiert.	$s = v \cdot t$	Der Weg wird berechnet, indem man die Geschwindigkeit <u>mit der Zeit multipliziert</u> .		x

Formeln

Lösung – Aufgabe 4: Der Dopplereffekt

Lernplakat:

$$f = \frac{w+u}{w+v} \cdot f_0$$

$$f = \frac{w+u}{w+v} \cdot f_0 \quad | \cdot (w+v)$$

1. Schritt: Mit dem gemeinsamen Nenner multiplizieren, „bruchfrei“ machen

$$f \cdot (w+v) = (w+u) \cdot f_0$$

2. Schritt: Ausmultiplizieren

$$fw + fv = w \cdot f_0 + u \cdot f_0 \quad | - w \cdot f_0 - f \cdot v$$

3. Schritt: Gesuchte Variable auf eine Seite bringen – „isolieren“

$$f \cdot w - f_0 \cdot w = u \cdot f_0 - f \cdot v$$

4. Schritt: gesuchte Variable herausheben

$$w \cdot (f - f_0) = u \cdot f_0 - f \cdot v \quad | : (f - f_0)$$

5. Schritt: Dividieren

$$u \cdot f_0 - f \cdot v$$



Formeln

Lösung – Aufgabe 5: Lückentext zur einfachen Verzinsung

Sie legen Geld auf einem Sparbuch an. Für ein Anfangskapital von € 15.000,00 können Sie mit der Bank einen Zinssatz von 5 Prozent aushandeln. Bei einer Verzinsungsdauer von 150 Tagen erhalten Sie Zinsen von € 375,00. Die Zinsformel lautet $Z = \frac{K \cdot p \cdot T}{3600}$. Dabei steht die Variable K für das Anfangskapital. Die Unbekannte p beschreibt den Zinsfuß. Die Verzinsungsdauer T wird in Tagen angegeben. Die Zinsen werden mit Z abgekürzt.

Möchten Sie nun wissen, wie lange Ihr Geld am Sparbuch liegen muss um € 500,00 Zinsen zu erhalten, müssen Sie die Zinsformel umformen. Gefragt ist nun die Verzinsungsdauer T . Das bedeutet, die Variable T muss isoliert werden.

Zu Beginn wird Z mit 36000 multipliziert um die Formel bruchfrei zu machen. Danach müssen die beiden Größen $K \cdot p$ durch Division auf die linke Seite gebracht werden. Man erhält eine Formel für die Verzinsungsdauer T .

$$Z = \frac{K \cdot p \cdot T}{3600} \quad / \cdot 3600$$

$$3600 \cdot Z = K \cdot p \cdot T \quad / : (K \cdot p)$$

$$\frac{3600 \cdot z}{K \cdot p} = T \rightarrow T = \frac{3600 \cdot z}{K \cdot p} \quad / \text{ einsetzen der bekannten Größen}$$

$$T = \frac{3600 \cdot 500}{15000 \cdot 5}$$

$$T = 240 \text{ Tage}$$

Das Geld muss für 240 Tage angelegt werden um € 500,00 an Zinsen zu erhalten.