



Koordinatensystem und Interpretation von Funktionsgraphen

Unterrichtsfach	<p>Lehrplan HAK:</p> <ul style="list-style-type: none"> Mathematik und angewandte Mathematik (1. HAK 1. Jahrgang, 1. AUL 1. Jahrgang) <p>Lehrplan HLW:</p> <ul style="list-style-type: none"> Mathematik und angewandte Mathematik (1. Jahrgang) <p>Lehrplan HTL:</p> <p>Mathematik und angewandte Mathematik (1. Jahrgang)</p>
Schulstufe	<ul style="list-style-type: none"> 9 (1. Klasse)
Thema	<ul style="list-style-type: none"> Koordinatensystem Funktionsbegriff Graphen von Funktionen
Fachliche Vorkenntnisse	<ul style="list-style-type: none"> Funktionsbegriff Zahlenmengen Rechnen mit Termen Rechtwinkeliges Koordinatensystem
Sprachliche Kompetenzen	<ul style="list-style-type: none"> Zuordnung der Fachbegriffe eines Koordinatensystems Graphen beschreiben und interpretieren können Graphen aus einem Text erstellen können
Zeitbedarf	<ul style="list-style-type: none"> Je nach Anzahl der eingesetzten Aufgaben, 1 bis 2 Unterrichtseinheiten à 50 Minuten
Material- & Medienbedarf	<ul style="list-style-type: none"> Schere und ev. laminierte Kärtchen für Aufgabe 2
Methodisch-didaktische Hinweise	<ul style="list-style-type: none"> Sozialformen: Einzelarbeit und/oder Teamarbeit (2er- oder 4er-Teams) Methodische Tools: Diagrammbeschriftung, Domino, Verbalisierung von Graphen, Wechsel der Darstellungsform: Grafische Umsetzung eines komplexen Textes Das Unterrichtsbeispiel beinhaltet mehrere unabhängige Aufgaben, die auch einzeln eingesetzt werden können.
Quellen	<ul style="list-style-type: none"> Timischl, Schwaiger, Teschl, Prugger & Hebenstreit (2016). <i>Mathematik und Wirtschaft für HAK 1</i>. Wien: Dorner. S. 148 und 152. Abbildung 2, Foto Taxischild: Pixabay; Abbildung Karte: Open Street Maps
Erstellerin	Sibylle Gratt

Koordinatensystem und Interpretation von Funktionsgraphen

Aufgabe 1: Das Koordinatensystem

Zusammenhänge von Größen werden häufig in einem Koordinatensystem dargestellt. Dadurch kann z. B. der Verlauf einer Funktion abgelesen oder eine geometrische Figur dargestellt werden. Um eine Funktion beschreiben oder Figuren darstellen zu können, muss der Aufbau eines Koordinatensystems bekannt sein, wie auch die Bezeichnungen seiner Komponenten (Teile).

Abbildung 1 zeigt das Grundgerüst eines Koordinatensystems.

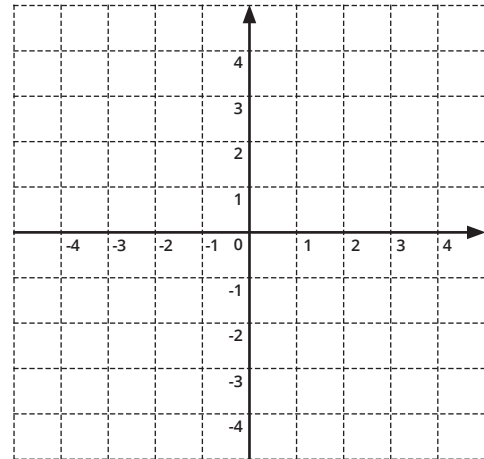


Abbildung 1: rechtwinkeliges Koordinatensystem

1a. Lesen Sie den Text genau durch. Fügen Sie die unterstrichenen Bezeichnungen in die Abbildung 1 ein.

Das Koordinatensystem besteht aus einer waagrechten Zahlengeraden g_1 und einer senkrechten Zahlengeraden g_2 , die g_1 im Ursprung O rechtwinkelig schneidet. Die Bezeichnung O für den Koordinatenursprung entstammt dem englischen Wort *origin*. Die positive Zählrichtung auf g_1 geht nach rechts und auf g_2 nach oben. Somit kann man die Lage jedes Punktes der Zeichenebene durch zwei Zahlen, seine Koordinaten, als dessen „Adresse“ angeben. Die Zahlengerade g_1 wird oft als 1. Koordinatenachse, Abszissenachse oder auch x -Achse bezeichnet. Die senkrechte Zahlengerade g_2 , wird 2. Koordinatenachse, Ordinatenachse oder y -Achse genannt. Durch diese beiden Achsen entsteht eine viergeteilte Ebene, die man die vier Quadranten nennt. Diese werden mit den römischen Zahlzeichen I, II, III, IV versehen. Ausgehend von der Ebene mit den positiven Werten der x - und der y -Achse, wird gegen den Uhrzeigersinn durchgezählt. Ein Punkt wird durch zwei Zahlen bestimmt. Die erste Zahl gibt die 1. Koordinate, Abszisse oder auch x -Koordinate an. Dafür schreibt man kurz x_P . Die zweite Zahl beschreibt die 2. Koordinate, Ordinate oder y -Koordinate. Die Kurzform ist $y_P = (4|2)$ bedeutet somit, dass die erste Koordinate des Punktes 4 ist und die zweite Koordinate 2.

Timischl, Schwaiger, Teschl, Prugger & Hebenstreit (2016). *Mathematik und Wirtschaft für HAK 1*. Wien: Dorner, S. 148.

1b. Geben Sie Koordinaten für Punkte an, die jeweils in einem anderen Quadranten liegen, und zeichnen Sie diese Punkte auch in Abbildung 1 ein.



Koordinatensystem und Interpretation von Funktionsgraphen

Aufgabe 2: Domino – Definition einer Funktion

Das folgende Domino ist eine allgemeine Beschreibung bzw. Definition des Funktionsbegriffs.

- Schneiden Sie die Kärtchen aus und mischen Sie sie gut durch.
- Beginnen Sie mit dem Start-Kärtchen und setzen Sie den Text zur Beschreibung einer Funktion zusammen.
- Schreiben Sie den zusammengestellten Text als Merktext in Ihr Übungsheft.
- Unterstreichen Sie Wörter, die für Sie neu sind und recherchieren Sie mithilfe Ihres Buches oder im Internet die Bedeutung im Sachzusammenhang. Verfassen Sie dazu Erklärungen und legen Sie ein Merkblatt dieser Fachbegriffe an.



START	Eine Funktion f ordnet jedem Element x aus der Definitionsmenge D	aller Funktionswerte $f(x)$ für $x \in D$.	Sind D sowie W gleich \mathbb{R} oder Teilmengen davon,
einem gegebenen x -Wert berechnen kann, so bezeichnet man sie als Funktionsgleichung von f .	Bei der graphischen Darstellung einer Funktion wird jedes Paar $(x y)$ einer	ein überaus wichtiges Mittel, um sich den Verlauf der Funktion anschaulich vorzustellen.	ZIEL
Funktion $f: y=f(x)$ als ein Punkt in einem Koordinatensystem dargestellt.	Dabei durchläuft x die Definitionsmenge D ,	eine Zahl.	Die Definitionsmenge D , auch Definitionsbereich genannt, von f
y ist der zugehörige Funktionswert $f(x)$.	Auf diese Weise erhält man den Graphen der Funktion,	genau ein Element $y = f(x)$ aus einer Wertemenge W zu.	x nennt man Stelle
Funktionswert der Funktion f an der Stelle x .	$f(x)$ bezeichnet	besteht aus allen Zahlenwerten, welche die unabhängige Variable x annehmen kann.	Die Wertemenge W von f ist die Menge
so spricht man genauer von einer reellen Funktion.	Gibt es eine Gleichung, mit der man den Funktionswert y zu	oder Argument.	$f(x)$ nennt man

Timischl, Schwaiger, Teschl, Prugger & Hebenstreit (2016). *Mathematik und Wirtschaft für HAK 1*. Wien: Dorner, S. 152.

Koordinatensystem und Interpretation von Funktionsgraphen

Aufgabe 3: Graphen interpretieren und beschreiben

Abbildung 2 zeigt den Höhenverlauf einer Bergwanderung auf den Großen Speikkogel (Koralpe in der Weststeiermark) in Abhängigkeit zur Zeit.

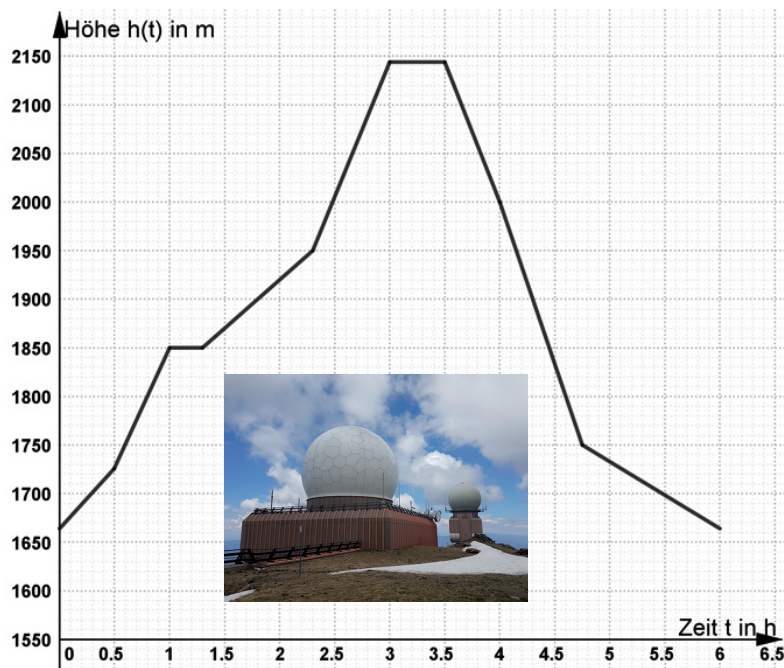


Abbildung 2: Graph einer Funktion

- Suchen Sie auf einer Landkarte den Großen Speikkogel und beschreiben Sie Ihrer Mitschülerin/Ihrem Mitschüler die Lage dieses Berges.
- Finden Sie die geografischen Koordinaten des Großen Speikkogels heraus.
- Recherchieren Sie, welche Bedeutung der Große Speikkogel für das österreichische Bundesheer und den österreichischen Rundfunk hat.
- Überlegen Sie in 4er-Teams, welche Informationen Sie aus dem Graphen lesen können. Notieren Sie Ihre Erkenntnisse, tauschen Sie sich mit anderen Teams aus und ergänzen Sie, falls notwendig, Ihre Notizen.
- Lesen Sie den Definitionsbereich D aus dem Graphen ab.
- Geben Sie an, in welchem Wertebereich W die Funktion liegt.
- Finden Sie eine Erklärung für Ihre Mitschüler/innen, wie Sie die Höhe, in der die Wanderung startet, aus dem Graphen ablesen können.
- Erfinden Sie eine Geschichte, die diese Wanderung beinhaltet, und schreiben Sie die Geschichte auf. Die interessanteste Geschichte darf anschließend in der Klasse präsentiert werden.



Koordinatensystem und Interpretation von Funktionsgraphen

Aufgabe 4: Zeichnen eines Funktionsgraphen

Im folgenden Text ist der Verlauf einer Autofahrt zwischen Graz und Wien beschrieben. Die Entfernung beträgt ca. 200 km. Lesen Sie den Text durch und zeichnen Sie den Verlauf der Fahrt in Abbildung 3 ein.

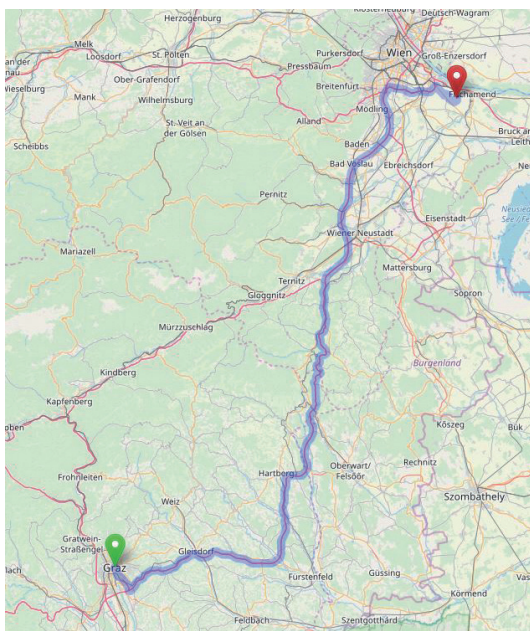
Adrian erzählt von seinem Arbeitstag als Taxilenker

Heute hatte ich Frau Tarbö als Fahrgast. Die Dame musste dringend von Graz zum Flughafen nach Wien. Ich holte sie also bei ihrer Wohnung ab und los ging es. Eine halbe Stunde nach der Abfahrt – wir hatten endlich die Stadt hinter uns – kam Frau Tarbö drauf, dass sie ihren Reisepass vergessen hat. Mir blieb also nichts anderes übrig, als umzudrehen und die zwanzig Kilometer zurückzufahren. Gut, dass Frau Tarbö ihren Pass auf dem Küchentisch liegenlassen hatte und nicht lange suchen musste. Während ich das Taxi wendete, war sie auch schon wieder zurück und wir konnten ohne Verzögerung nochmals losfahren.



Diesmal brauchten wir für die 20 km aus der Stadt hinaus eine Dreiviertelstunde. Endlich konnte ich auf die Autobahn auffahren. Frau Tarbö hatte schon Sorge, nicht rechtzeitig am Flughafen anzukommen. Ich versuchte sie zu beruhigen und trat auf die Tube. Die ersten 130 km auf der Autobahn konnte ich in einer Stunde zurücklegen. Für die letzten 50 Kilometer brauchte ich noch eine halbe Stunde.

Frau Tarbö erreichte ihren Flieger und alles ging sich aus. Ich brauchte erst mal einen Kaffee und machte am Flughafen eine kurze Pause. Eine halbe Stunde später startete ich wieder Richtung Graz. Mein Glück müsst ihr euch vorstellen – ich hatte sogar einen Fahrgast auf der Rückfahrt.



Herr Rhaka und sein Hund Brutus mussten nach Graz, das passte super. Wir starteten am Flughafen und kamen ohne Probleme weiter. Für die ersten hundert Kilometer brauchten wir 45 Minuten. Dann mussten wir auf einem Rastplatz eine kurze Pause einlegen, da es Brutus schlecht wurde. Nach einer Viertelstunde ging es weiter, diesmal etwas langsamer – der arme Hund ... Eine Stunde später konnte ich endlich Herrn Rhaka im Hotel Wieser absetzen. Und dann musste ich das Taxi noch putzen.

Koordinatensystem und Interpretation von Funktionsgraphen

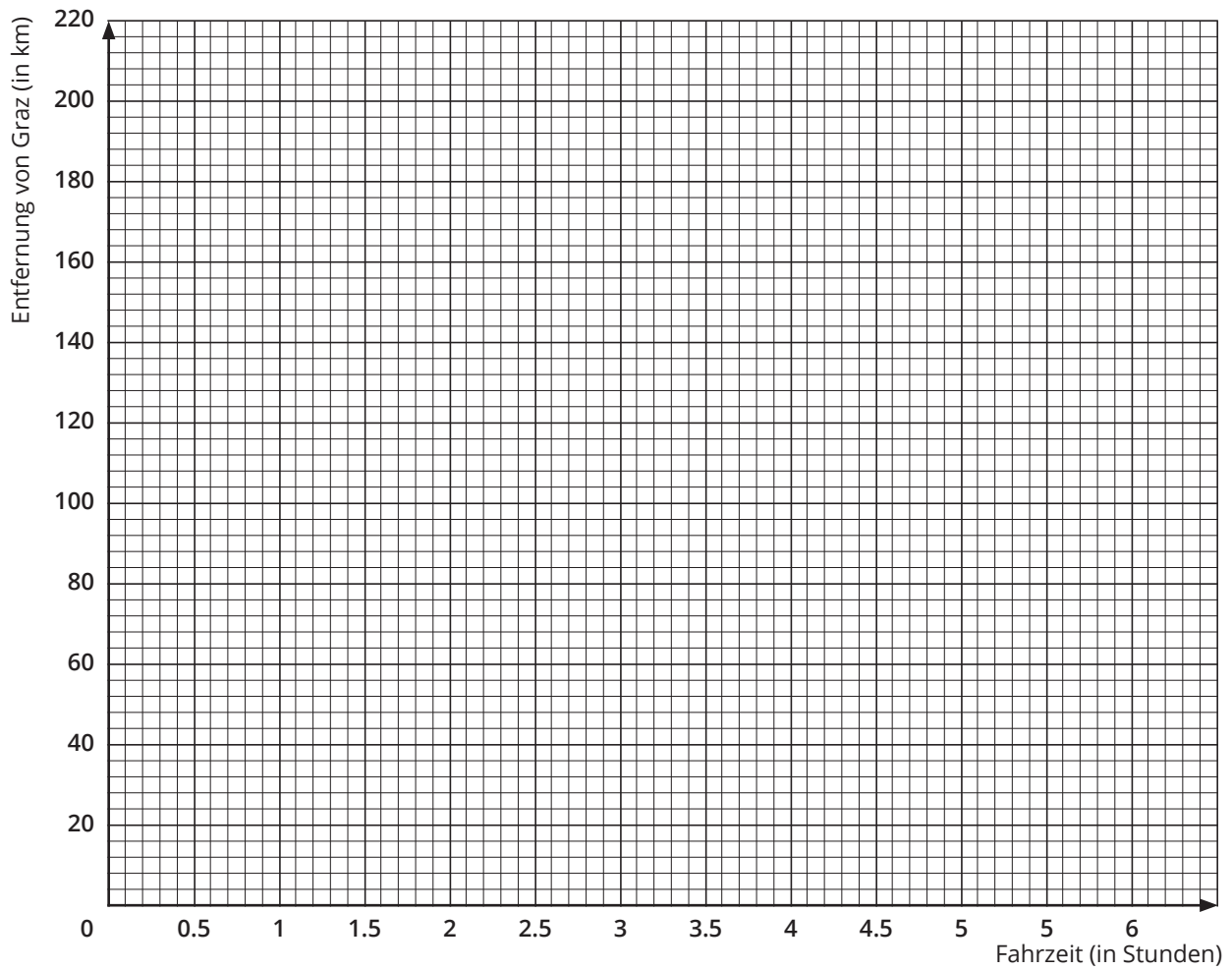
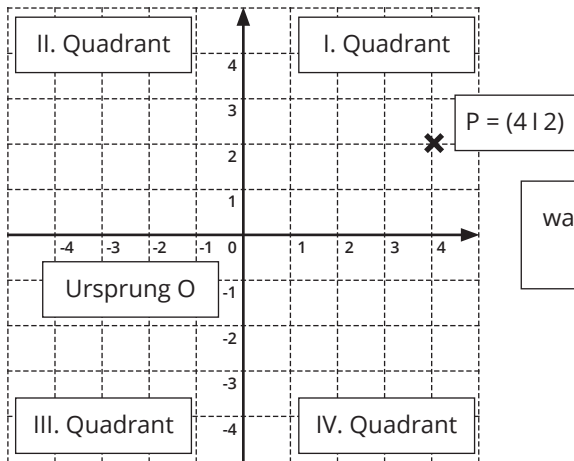


Abbildung 3: Weg-Zeit-Diagramm

Koordinatensystem und Interpretation von Funktionsgraphen

Lösung - Aufgabe 1

senkrechte Zahlengerade g_2 , Ordinatenachse,
y-Achse, 2. Koordinatenachse



waagrechte Zahlengerade g_1 , Abszissenachse,
x-Achse, 1. Koordinatenachse

Lösung - Aufgabe 2

START	Eine Funktion f ordnet jedem Element x aus der Definitionsmenge D	genau ein Element $y = f(x)$ aus einer Wertemenge W zu.	x nennt man Stelle
oder Argument.	$f(x)$ nennt man	Funktionswert der Funktion f an der Stelle x .	$f(x)$ bezeichnet
eine Zahl.	Die Definitionsmenge D , auch Definitionsbereich genannt, von f	besteht aus allen Zahlenwerten, welche die unabhängige Variable x annehmen kann.	Die Wertemenge W von f ist die Menge
aller Funktionswerte $f(x)$ für $x \in D$.	Sind D sowie W gleich \mathbb{R} oder Teilmengen davon,	so spricht man genauer von einer reellen Funktion.	Gibt es eine Gleichung, mit der man den Funktionswert y zu
einem gegebenen x -Wert berechnen kann, so bezeichnet man sie als Funktionsgleichung von f .	Bei der graphischen Darstellung einer Funktion wird jedes Paar $(x y)$ einer	Funktion $f: y=f(x)$ als ein Punkt in einem Koordinatensystem dargestellt.	Dabei durchläuft x die Definitionsmenge D ,
y ist der zugehörige Funktionswert $f(x)$.	Auf diese Weise erhält man den Graphen der Funktion,	ein überaus wichtiges Mittel, um sich den Verlauf der Funktion anschaulich vorzustellen.	ZIEL

Timischl, Schwaiger, Teschl, Prugger & Hebenstreit (2016). *Mathematik und Wirtschaft für HAK 1*. Wien: Dorner, S. 152.

Koordinatensystem und Interpretation von Funktionsgraphen

Lösung - Aufgabe 3

- Weststeiermark, Bezirk Deutschlandsberg, Landesgrenze zu Kärnten
- $46^{\circ}47'12''$ N; $14^{\circ}58'18''$ O
- Radarstation des ÖBH (Goldhaube); UKW-Radio- und Fernsehsender (DVB-T)
- Der Definitionsbereich liegt im Intervall $[0;6]$ Stunden.
- Die Höhe in Abhängigkeit von der Zeit liegt zwischen 1664 m und 2140 m.
- Man sieht sich die Höhe zum Zeitpunkt $t = 0$ an. Das bedeutet, man schaut auf der y-Achse (Höhe in Abhängigkeit von der Zeit t), wo der Graph die Achse schneidet und kann die Höhe ablesen. Hier beträgt die Höhe, aus der gestartet wird, 1664 m.
- ...

Lösung - Aufgabe 4

